الأشكال المساحية

لأبي العبّاس أحمد بن البنّاء المرّاكشي

تحقيق
أ. د. محمد سويسي
الجامعة التونسية

ابن البناء المراكشي[1]

هو أبو العباس أحمد بن عثمان الأزدي المعروف بابن البناء المراكشي[2] . ولد في التاسع من ذي الحجة ٦٥٤هـ الموافق للثامن والعشرين من ديسمبر ١٢٥٦[3] بمراكش ، من عائلة بلدية كانت لها صلات بالأندلس ، وكان أبوه بناءً[4] .

---

(١) نقتبس هذه الترجمة من كتاب : « تلخيص أعمال الحساب » لابن البناء المراكشي ، بتحقيقنا مع ترجمة وتعليق ، تونس ١٩٦٩ .

(٢) انظر بروكلمان ج٢ ص٢٥٥ ، وهو يضيف السرقسطي ، الفاسي .

(٣) يؤرخ الديباج ولادته ، حسب مراجع أخرى ، بتاريخ ٦٣٩ أو ٦٤٩ أو ٦٥٩ ، وحسب ابن القاضي في درة الحجال والكنوني في « النبوغ المغربي » أنطوان ج١ ، ص١٤٤ كانت ولادته سنة ٦٤٦ . .

(٤) نيل الابتهاج ، ط. القاهرة ١٣٥١هـ ، ٦٥ .

تعلم بمراكش ثم بفاس وبلغ في العلوم الدرجة العليا فيقول عنه الإمام ابن رشيد : « لم أجد بالمغرب من العلماء إلا ابن البناء الرياضي بمراكش وابن الشاط بسبتة » .

من مشايخه :

تعلم القرآن بمراكش على ابن عبدالله بن يسر[٥] ، واللغة على القاضي محمد بن علي بن يحيى[٦] الذي شرح له كتاب الأصول لأوقليدس .

ومن مشيخته أبو إسحاق الصنهاجي العطار[٥] وأبو بكر القلاوسي[٥] الذي علمه الفرائض ، وأبو عمران موسى الزناتي[٥] الذي تفقه على يديه ، وصاحب أبا زيد الحزميري[٦] ، فأخذ عنه طريقته الصوفية ، وكان له عليه كبير الأثر .

ومن مشيخته بفاس : قاضي الجماعة أبو الحجاج يوسف التجيبي المكناسي[٧] وأبو يوسف يعقوب بن عبدالرحمن الجزولي[٨] وأبو محمد الفشتالي[٩] والعلامة ابن حجلة[١٠] ، وكان لهذين الشيخين الأخيرين أعظم الأثر في تكوين ابن البناء وفي اختيار وجهته .

---

(٥) نيل ٦٦ .

(٦) نيل ٦٥ .

(٧) نيل ٦٦ .

(٨) نيل ٦٦ ، ولقي المقّري أبا يوسف بفاس ، أزهار الرياض ص٣ .

(٩) نيل ٦٦ ، نفح الطيب ج٣ يذكر عبدالعزيز القشتالي المولود سنة ٧١٣هـ/١٣١٣م ، وتوجد جماعة من العلماء من عائلة القشتالي يذكر منهم ل. بروفسال عالما عاش في عهد الدولة السعدية وله كتاب مناهل الصفاء .

(١٠) نيل ٦٦ ، وابن قاضي ج١ ، وهو يضيف : « وكان بارعاً في دراسة الفلك وفي علم النجوم بلغ ما لم يبلغه أهل عصره » .

تدريسه :

ثم استقر ابن البناء بمراكش منقطعاً للتدريس ، وكان ، بشهادة تلاميذه ، حسن الأسلوب واضح الدرس ، يميل إلى الدقة والإيجاز وطبع العديد من تلامذته بطابع طريقته .

وروى عنه ابن القاضي الرواية الآتية(11) التي من شأنها أن توضح الطريقة التي كان يميل إليها ابن البناء في عمله العلمي :

« أنشدنا شيخنا أبو عبدالله محمد بن قاسم القصار ، قال أنشدني أبو العباس التسولي ، قال أنشدني أبو العباس أحمد بن البناء :

قصدت إلى الوجازة في كلامي لعلمي بالصواب في الاختصار
ولم أحقر فهوماً دون فهمي ولكن خفت إزراء الكبار
فشأن فحولة العلماء شأني وشأن البسط تعليم الصغار

تلامذته :

ـ أبو عبدالله الآبلي ، شيخ المقري وابن خلدون في الرياضيات(12) ـ ابنا الإمام ، وهما على ما ذكره المقري أبو زيد عبدالرحمن وأبو موسى عيسى ، ابنا محمد بن عبدالله بن الإمام ، وقد تنقلا في شبابهما إلى تونس وأخذا عن ابن جماعة وابن العطار ، وكان ابن حمو في بداية القرن الثامن ، ثم ابن تاشفين ، يكرمانهما ويرغبان في استخدامهما .

وبصفة عامة إن تلامذة ابن البناء اعتنوا بطريقة شيخهم ونشر تعاليمه ، وازدهرت مدرسته . فاقبل العلماء طوال القرون الموالية على شرح مؤلفات ابن البناء

---

(11) انظر أيضاً نيل الابتهاج ٦٧ .

(12) ولد بتلمسان سنة ٦٨١هـ/١٢٨٣م ، كان حياً بفاس سنة ٧٥٧هـ/١٣٥٦م .

وتوضيح عديد نظرياته ونشر طرقه الخاصة بالعمليات التطبيقية في الحساب، وصار علماء المغرب، أثناء رحلاتهم للحج يقومون بدور الدعاة يبشرون بعلم المغرب ينشرون أساليبه الطريفة ونتائجه الخصبة الموفقة، ولم يأنف الشرق، في هذه الفترة، من التتلمذ لهم ودرس مؤلفاتهم وشرحها ونشر أصولها وفروعها. ولذا نجد من بين شراح ابن البناء عدداً من العلماء المشارقة. ومن أشهر هؤلاء الشراح :

ـــ أبو الحسن علي بن عبدالله بن محمد بن هيدور[13]، وكان عالماً بالفرائض والحساب، وله شرح تلخيص ابن البناء وتعليقات على رفع الحجاب، توفي سنة ٨١٦هـ/١٤١٣م.

ـــ وأحمد بن رجب بن تنبغا المعروف بابن مجدي، من أواسط القرن الخامس عشر الميلادي، وتوفي سنة ٨٥٨هـ/١٤٤٦م، وله شرح على التلخيص سماه « حاوي اللباب في الحساب »[14] وله في الفلك رسالة عنوانها : « إرشاد السائل إلى أصول المسائل »[15].

ـــ شهاب الدين أبو العباس أحمد بن محمد بن عماد الدين بن علي ابن الهائم[16] الشافعي المصري.

ولد بالقاهرة سنة ٧٥٦هـ/١٣٥٥م[17]، ثم استقر ببيت المقدس حيث تفرغ للتدريس والفتيا، وكان إماماً في الفقه، عالماً بالفرائض والحساب، وعرف

---

(١٣) نيل ٢٠٧.

(١٤) خ تونس رقم ٢٠٤٦ و ١٠٥٠٧.

(١٥) خ تونس رقم ١٧٧ر.

(١٦) عن ابن الهائم انظر بركلمان ج٢ ف١٢٥ سوتر ٤٢٣، نيل ٢٠٥ ؛ شذرات الذهب ج٧ ص١٠٩، كحّالة : معجم المؤلفين ج٢ : ١٣٧.

(١٧) أي ٣٥ عاماً بعد وفاة ابن البناء.

بالفرضيّ ، وله ألفية في الفرائض.ومن رسائله ، الوسيلة في الحساب(18) ، والمعونة في حساب الهواء(19) ، واللمع في الحساب(20) ، وشرح على النزهة في الحساب بقلم الغبار ، والمغني في الجبر والمقابلة ، ومرشدة الطالب إلى أيسر المطالب .

ـــ أبو عبدالله محمد بن مرزوق المعروف بالحفيد من أسرة عِلم بتلمسان ولد سنة ٧٦٦هـ/١٣٦٤م ، وحج سنة ٧٩٠هـ/١٣٨٨م صحبة ابن عرفة ، وعند رجوعه من البقاع المقدسة سنة ٨١٩هـ/١٤١٦م لقي ابن حجر ، وروى القلصادي أنه درس عليه كتابه في الفرائض ، ويذكر له المقري رجزاً في الميقات عنوانه : المقنع السامي يشتمل على ١٧٠٠ بيت ، وأرجوزة على تلخيص ابن البناء ، ويقول : إنه توفي في الرابع عشر من شعبان سنة ٨٤٢هـ/١٤٣٨م .

ـــ أبو الحسن علي بن محمد بن محمد بن أحمد القلصادي القرشي البسطي.ولد ببسطة بالأندلس وتوفي بباجة من البلاد التونسية سنة ٨٩١هـ/١٤٨٦م وله شرحان لتلخيص ابن البناء(21) .

مؤلفات ابن البناء :

١ ـــ تلخيص أعمال الحساب : خ الجزائر ٣ ، ٦١٣ ، المتحف البريطاني ١٨٠ ، ٤١٧ ، المكتبة البودلية ١ ، ٢٠٧ ، القاهرة ١٧٩ ، ٢١٣ ، ١ ، ١٤ ، الاسكوريال ٢٤٨ ، ٩٢٢ ، ٩٥٣ ، باريس ٢٤٦٤ ، تطوان ٢٢٧ ، تونس الخلدونية ٣١٤٧ (خ تاريخ ١١٠٠هـ/١٦٨٨م) المكتبة القومية ٣٠٧ ، ٢٠٤٧ ، ١٠٥٠٧ .

(١٨) خ تونس رقم ١٦٨ر ، ٢٠٣٩ .
(١٩) خ تونس رقم ١٩٠ ، ١٩٥ر ، ٨٢ ، ١٠٣٠ ، ١٠٣٤١ .
(٢٠) خ تونس ٢٠٥١ .
(٢١) المكتبة القومية بباريس رقم ٢٠٦٤ .

٢ ــ رفع الحجاب على علم (أعمال) الحساب : تونس ١٠٣٠١ ، ٢٠٦ر ١٨٤ر .

٣ ــ منهاج الطالب لتعديل الكواكب : الجزائر ١٤٥٤ ، الاسكوريال ٩٠٤ .

٤ ــ رسالة في علم المساحة : برلين ٥٩٤٥ .

٥ ــ المقالات في الحساب : تونس ١٠٣٠١ (بتاريخ ١١٧٣هـ/١٧٥٤م) .

٦ ــ رسالة في علم الحساب : تونس ٢٠٦ر .

٧ ــ مسائل في العدد التام والناقص : تونس ٢٨٤٠ ، خ خاص بتاريخ ١١٣٨هـ/١٧١٩م .

٨ ــ التمهيد والتسيير في قواعد التكسير : خ خاص .

٩ ــ رسالة « الأشكال المساحية » : خ خاص (*).

تحليل مادة « التلخيص » :

خصص الجزء الأول للعمليات المتعلقة بالأعداد الصحيحة على نمط الحساب اليوناني .

ويحلل ابن البناء باب الضرب فيذكر عامة أنواعه من ضرب بالتنقيل وبنصف التنقيل وبالجدول وبالقائم والنائم . وعند عرضه لعملية القسمة يفصل ابن البناء حالات قابلية القسمة التي صارت اليوم مألوفة ، ويضيف حالة خاصة به ، لم يبق لها ذكر في عصرنا ، هي قابلية القسمة على ٧ ، يركزها على قاعدة تمهيدية وهي : أن بواقي قسمة قوى العشرة على ٧ وهي : ١ ، ٣ ، ٢ ، ٦ ، ٤ ، ٥ ثم يعود الدور والقاعدة الثانية الأساسية هي ما يمكن أن نسميها نظرية ابن البناء وأن نعبر عنها بالعلاقة التالية :

(*) سنورد فيما يلي تحقيقاً لهاته الرسالة وتعليقاً رياضياً عليها .

ن = أب ج د هو = { [(٣و + هـ) ★ ٣ + د) × ٣ + ج] × ٣ + ب } × ٣ + أ(★) (بعيار ٧) .

وفي القسم الثاني من الجزء الأول يدقق ابن البناء مفهوم الكسر فنلاحظ أن الكسر في نظره هو دائماً أصغر من الواحد أو مساو له . ولأول مرة نجد الرمز المستعمل للدلالة على الكسر ، فيضع ابن البناء البسط على رأس المقام ، ومن اللازم أن يترقب القلصادي بعده لنجد أول أثر لخط الكسر .

ويخصص ابن البناء قسماً من تلخيصه لحساب الجذور فيلفت النظر إلى عدة عمليات يسهل بهاالعمل على الجذور منها : إخراج جذر المربع الصحيح وضرب الكميات المتصلة بالمنفصلة للحصول على عدد مجذور ويتقدم بالعلاقة اليونانية لتقريب التجذير أي $\sqrt{ا^{٢} + ب} = ا + \frac{ب}{٢ا}$ فيدقق التقريب حسب علاقته الخاصة

$\sqrt{ا^{٢} + ب} = ا + \frac{ب}{٢ا + ١}$ **إذا كان** ب > ا

ويمر إلى النسبة والمناسبة عارضاً ما لهما من خصائص أساسية ويطبقها على مشاكل التقسيم التناسبي بما لها من أهمية في علم الفرائض .

ومما يلفت الانتباه في كتاب ابن البناء أن الحساب والجبر تحررا تحرراً تاماً

(★) انظر : ابن البنّاء المراكشي : تلخيص أعمال الحساب . تحقيق وترجمة إلى الفرنسية وتعليق د. محمد سويسي . ط. تونس ١٩٦٩ ص٤٥ .
وهذا النص الكامل لهذه القاعدة : « وإن شئت فاضرب ما في المنزلة الأخيرة في ثلاثة ، وتطرحه سبعة سبعة ، وتحمل الباقي على ما قبله وتضرب في ثلاثة ، وتطرح سبعة سبعة ، وتحمل الباقي على ما قبله ، وإن لم يكن في المنزلة التي قبله عدد فتضرب البقية المحمولة في ثلاثة ، وتطرح بسبعة . وافعل كذلك حتى تنتهي إلى الآحاد » .

من سيطرة الهندسة الواضحة في كتب الخوارزمي . وصار التفكير الحسابي قائماً بذاته .

ومن المهم أن نشير أن العمل الحسابي وبعض مسائل الجبر بلغت عند ابن البناء شكلها النهائي الذي نعرفها به اليوم . وبالطبع إننا لا ننسب كل ذلك لابن البناء نفسه بل إنه نتيجة عمل متواصل ساهم فيه كل علماء العرب وكان تتويجه زمن ابن البناء .

نحلل فيما يلي الخطوات التي يشير بها ابن البنّاء بتطبيق قانونه على العدد ٦٥٣٠٢٤ ونرمز بالإشارة ≡ إلى التكافؤ بين عددين (بعيار ٧) .

٦٠٠٠٠٠ = ٦ × ١٠ × ١٠٠٠٠ ≡ ٦ × ٣ × ١٠٠٠٠

≡ ٤ × ١٠٠٠٠

٦٥٠٠٠٠ ≡ (٤ + ٥) × ١٠٠٠٠ ≡ ٢ × ١٠٠٠٠

≡ ٢ × ١٠ × ١٠٠٠ ≡ ٢ × ٣ × ١٠٠٠

٦٥٣٠٠٠ ≡ (٦ + ٣) × ١٠٠٠ ≡ ٢ × ١٠٠٠

≡ ٢ × ١٠ × ١٠٠ ≡ ٢ × ٣ × ١٠٠

≡ ٦ × ١٠ × ١٠ ≡ ٦ × ٣ × ١٠

≡ ٤ × ١٠

٦٥٣٠٢٠ ≡ (٤ + ٢) × ١٠ ≡ ٦ × ١٠

≡ ٦ × ٣ ≡ ٤

٦٥٣٠٢٤ ≡ ٤ + ٤ ≡ ١

فباقي قسمة ٦٥٣٠٢٤ على ٧ يساوي ١ .

وبالجملة إنه يمكننا أن نكرر في شأن ابن البناء ما صرح به عالم خبير بالرياضيات من التصريحات القيمة ، وهو عالم ولد بمدينة لومان بفرنسا سنة ١٥١٧م ، وتوفي بباريس سنة ١٥٨٢م ، وهو جاك بليتي قال : « إن الجبر من

الأمور التي لم يتم اختراعها على يد مؤلف واحد ، بل إنه اتخذ قواعده وشكله وترتيبه النهائي بعد فترة طويلة من الزمن ، دارت فيها البحوث وتنوقلت النتائج وتمرن عليها الفكر تمرناً متواصلاً مستمراً » .

ويحتل عمل ابن البناء منزلة مهمة من ناحية ثانية وهي أن أبا العباس عاش في عصر يمكن أن يعتبر كمفصل وفترة انتقال في تاريخ البشرية انبعث فيه تيار من إسبانيا ومن المغرب نحو أوروبا المسيحية ، ونقل فيه العلم العربي إلى الغرب .

ويلفت نظرنا على الخصوص من بين النقلة اسم موسىٰ بن طبون ، وهو يهودي فرنسي كان حياً بين ١٢٤٠ ـــ ١٢٨٣م أي أنه كان معاصراً لابن البناء وترجم إلى العبرية بمنبليي (سنة ١٢٧١م) كتاب الحساب والجبر لمحمد الحصار الذي اعتمده ابن البناء في تلخيصه على ما نقله ابن خلدون .

وقد يكون لنا أن نتساءل عن مدى ما كان لرسائل ابن البناء ولمدرسته وشراحه من الأثر في عمل النقل وإلى أي حد تم استغلالها في فترة عمت فيها حمىٰ الترجمة والنقل بأوروبا .

بسم الله الرحمن الرحيم

قال الفقيه العالم القدوة ابو العباس احمد ابن الشيخ
الفقيه الصالح المرحوم ابي عبد الله محمد ابن عثمان
الازدي رحمه الله تعالى الاشكال المساحية
على قسمين بسيطة ومجسمة والبسيطة
تنقسم الى اربعة اقسام باعتبارين احدهما
باعتبار حدودها فتنقسم الى ما يحيط به خط
واحد وهو الدايرة وما يحيط به خطان وهو
المقوس وما يحيط به ثلاثة خطوط وهو المثلث
وما يحيط به اربعة خطوط وهو المربع وما
عدا هذه الاربعة يرجع اليها بالتقطيع
والثاني باعتبار سطوحها فتنقسم الى المثلث
والمربع والمدور والمقوس واما المثلث فينقسم
ثلاثة اقسام باعتبارين احدهما باعتبار

اضلاعه

○ الصفحة الاولى من الرسالة .

اضلاعه الى المتساوي الاضلاع والمتساوي
الساقين والمختلف الاضلاع والثاني باعتبار
زواياه الى القايم الزاوية والمنفرج الزاوية
والحاد الزاوية واما المربع فينقسم خمسة
اقسام باعتبار اضلاعه وزواياه معًا الى
المربع المطلق وهو المساوي الاضلاع القايم
الزوايا والمربع المستطيل وهو المساوي
الطولين المتساوي العرضين القايم الزوايا
وطوله مخالف لعرضه والمربع المعين وهو
المتساوي الاضلاع المختلف الزوايا والشبيه
بالمعين وهو المتساوي الطولين المتساوي
العرضين المختلف الزوايا وطوله مخالف لعرضه
والمنحرف وهو المختلف الاضلاع والزوايا واما
المقوس فينقسم ثلاثة اقسام باعتبار حدوده
ونسبته الى نصف دايرة واكبر واصغر واما
المدور فهو شكل واحد يسمى الدايرة باعتبار
حده وتساوي اقطاره والمجسمة تنقسم

○ الصفحة الثانية من الرسالة .

بسم الله الرحمن الرحيم

(**قال**)(★) الفقيه العالم القدوة أبو[1] العباس أحمد بن[2] الشيّخ الفقيه الصّالح المرحوم أبي عبدالله محمّد بن[2] عثمان الأزدي رحمه الله تعالىٰ[3] :

(**الأشكال المساحيّة**) على قسمين بسيطة ومجسّمة (و) البسيطة تنقسم إلى[4] أربعة أقسام باعتبارين (**أحدهما**) باعتبار حدودها[5] فتنقسم إلى[4] ما يحيط به خطّ واحد وهو الدائرة (و) ما يحيط به خطّان وهو المقوّس (و) ما يحيط به ثلاثة خطوط وهو المثلّث (و) ما يحيط به أربعة خطوط وهو المربّع (**وما**) عدا هذه الأربعة يرجع إليها بالتّقطيع (**والثاني**) باعتبار سطوحها فتنقسم إلى[4] المثلّث والمربّع والمدوّر والمقوّس (**وأما المثلث**) فينقسم ثلاثة أقسام باعتبارين **أحدهما** باعتبار أضلاعه إلى[4] المتساوي الأضلاع والمتساوي السّاقين والمختلف الأضلاع والمتساوي السّاقين والمختلف الأضلاع (**والثاني**) باعتبار زواياه إلى[4] القائم الزّاوية والمنفرج الزّاوية والحادّ الزّاوية (**وأمّا المربّع**) فينقسم خمسة أقسام باعتبار أضلاعه[6] معاً إلى[4] المربّع المطلق وهو المتساوي[7] الأضلاع القائم الزّوايا (**والمربّع المستطيل**) وهو المتساوي[7] الطولين المتساوي

(★) العبارات بحرف أسود داخل القوسين وردت في الأصل بالحبر الأحمر .

(١) خ : ابن .

(٢) خ : ابن .

(٣) خ : تعالي .

(٤) خ : إليّ .

(٥) خ : حدودهما .

(٦) خ : زوياه .

(٧) خ : المساوي .

العرضين القائم الزّوايا وطوله مخالف لعرضه (**والمربّع المعيّن**) وهو المتساوي الأضلاع المختلف الزّوايا (**والشبيه بالمعيّن**) وهو المتساوي الطولين المتساوي العرضين المختلف الزّوايا وطوله مخالف لعرضه[٨] (**والمنحرف**) وهو المختلف الأضلاع والزّوايا . (**وأما المقوّس**) فينقسم ثلاثة أقسام ، باعتبار حدوده وسهمه إلى[٩] نصف دائرة[١٠] وأكبر وأصغر (**وأما المدوّر**) فهو شكل واحد يسمّى الدائرة[١٠] باعتبار حدّه وتساوي أقطاره (**والمجسمة**) تنقسم إلى[٩] ما يحيط به سطح واحد وهو الكرة وما يحيط به سطحان وهو قطعة الكرة وما يحيط به أكثر من ذلك[١١] (و) ينقسم قسمين : المتساوي الغلظ[١٢] والمخروط . فهذه الأقسام هي التي جرت العادة عند أهل التكسير بذكرها (و) ما وراء ذلك يؤدّي[١٣] إليه التقطيع (و) يتعلّق بهذه الأقسام مطالب بحسب مقصدنا .

(**أمّا المثلث**) ففيه خمسة أشياء : أضلاعه الثلاثة وعموده وتكسيره الذي هو بسطه ففيه ثلاثون مطلباً لأنّه لا يخلو أن يكون المعلوم منه واحداً منها أو اثنين أو ثلاثة أو أربعة ، والمطلوب ما جهل منها .

(**وأمّا المربّع**) ففيه ثلاثة أشياء : أضلاعه وقطره وتكسيره (و) مطالبه ستّة .

(**وأمّا المستطيل**) ففيه أربعة أشياء : طوله وعرضه وقطره وتكسيره ففيه أربعة عشر مطلباً .

---

(٨) حدّ مطوّل غير مدقق ، ومن الملاحظ أن المصنّف يستعمل لفظي الطول والعرض لمفهوم اعم من المفهوم المعتاد .

(٩) خ : إلّي .

(١٠) خ : دايرة .

(١١) خ : ذالك .

(١٢) خ : الغلط .

(١٣) خ : يودي .

(**وأمّا المعيّن**) ففيه أربعة أشياء : أضلاعه وقطره الأكبر وقطره الأصغر وتكسيره فمطالبه أربعة عشر مطلباً .

(**وأما الشبيه بالمعيّن**) ففيه خمسة أشياء : طوله وعرضه وقطره الأكبر وقطره الأصغر وتكسيره ففيه ثلاثون مطلباً .

(**وأما المنحرف**) ففيه سبعة أشياء : أربعة منها الأضلاع والقطر الأكبر وقطره الأصغر وتكسيره ، فمطالبه مائة وستّة وعشرون مطلباً .

(**وأما المقوّس**) ففيه خمسة أشياء ، القوس والوتر والسهم[١٤] والتكسير وفضل ما بين نصف قطر الدائرة[١٥] التي منها المقوّس وبين السهم ، فمطالبه ثلاثون مطلباً .

(**وأما المدوّر**) ففيه ثلاثة أشياء : القطر والدّور والتكسير فمطالبه ستّة .

(**وأمّا الكرة**) فتزيد على الأشياء التي في الدائرة[١٥] بأمرين[١٦] : تكسير سطحها وتكسير جرمها .

(**وأمّا قطعة الكرة**) فتزيد على[١٧] الأشياء التي في المدوّر بثلاثة أشياء : الخطّ الخارج من رأسها إلى[١٥] محيط قاعدتها و[١٨] تكسير سطحها وتكسير جرمها .

(**وأمّا المجسّم المتساوي[١٩] القواعد**) فتزيد على[١٧] الأشياء التي في شكل قاعدته بثلاثة أشياء : عمود سمكه وتكسير سطحه وتكسير جرمه .

---

(١٤) خ : المصهم .
(١٥) خ : الدّايرة .
(١٦) خ : لأمرين .
(١٧) خ : علي .
(١٨) خ : أو .
(١٩) خ : المساوي .

(**وأمّا المخروط**) فيزيد على الأشياء التي في شكل قاعدته بأربعة أمور : بعموده وضلعه وتكسير سطحه وتكسير جرمه فتتضاعف المطالب في كل واحد منها بحسب ذلك[٢٠] ومن شاء أن يزيد في المثلّث مسقطي العمود وفضل ما بين الأضلاع أو مجموعها أو مجموع بعضها أو نسبة بعضها إلى[٢١] بعض أو نسبة الزّوايا وغير ذلك[٢٢] (**ومثال**) أن يزيد في المستطيل فضل ما بين ضلعيه أو مجموعهما[٢٣] أو فضل ما بين الضّلع[٢٤] والقطر أو مجموع الضلع والقطر في كلّ شكل الا [أن][٢٥] مطالب هذه الأشكال كلّها منها ما يمكن الجواب عنه ومنها ما لا يمكن فاعلمه .

(**و**) لنشرع الآن في تكسير هذه الأشكال إذ هو المقصود .

(**وأمّا تكسير المثلّث**) فله في العمل وجهان (**أحدهما**) أن تضرب العمود في الضلع الذي وقع عليه ويسمّى[٢٦] قاعدة وتأخذ نصف الخارج من ضرب[٢٧] أحدهما في الآخر ، وعليه أن كلّ مثلث فإنه نصف السطح القائم الزّوايا الذي أخذ أضلاعه قاعدة المثلث وضلعه الثاني العمود على ما تبيّن (**من[٢٨] المقالة الأولى[٢٩]**) .

---

(٢٠) خ : ذالك .
(٢١) خ : إليّ .
(٢٢) خ : ذالك .
(٢٣) خ : مجموعها .
(٢٤) خ : أو .
(٢٥) خ : سقط أن .
(٢٦) خ : يسمّى .
(٢٧) خ : أن تضرب .
(٢٨) خ : ما من .
(٢٩) خ : الأولى .

(**والوجه الثاني**) أن تأخذ نصف مجموع الأضلاع وتحفظه ثمّ تعرف فضله على[٣٠] كل واحد من الأضلاع ، فما كان من الفضلات الثلاث تضرب أحدها[٣١] في الثاني وما اجتمع في الثالث وما اجتمع في النصف المحفوظ وتأخذ جذر الخارج يكون التكسير .

وعلّة هذا العمل من الشّكل (ج ٣) من الفصل الثاني من النوع الثالث من الجنس الأول من كتاب المؤتمن الذي حدّد[٣٢] كلّ مثلث بأن نسبة[٣٣] السطح الذي يكوّن نصف مجموع أضلاعه في فضل ذلك[٣٤] النصف على[٣٥] أحد الأضلاع إلى[٣٦] سطح المثلّث كنسبة سطح المثلّث إلى[٣٦] السطح الذّي يكوّن من فضل نصف مجموع الأضلاع على[٣٥] كلّ واحد من الباقيين[٣٧] أحدهما في الآخر .

(**والعمل في استخراج العمود الواقع على[٣٥] أي ضلع أردت**) أن تأخذ فضل ما بين مربعي الضّلعين الباقيين وتقسّمه على[٣٥] القاعدة ، فما خرج إن زدته على[٣٥] القاعدة كان ضعف المسقط الأكبر ونصفه هو المسقط الأكبر ، وإن أخذت الفضل بينه وبين القاعدة يبقىٰ[٣٨] ضعف المسقط الأصغر ونصفه هو

---

(٣٠) خ : علي .
(٣١) خ : أحدهما .
(٣٢) خ : ضده .
(٣٣) خ : حسبت .
(٣٤) خ : ذالك .
(٣٥) خ : علي .
(٣٦) خ : إلي .
(٣٧) خ : الباقين .
(٣٨) خ : يبقىٰ .

المسقط الأصغر ، ومتى[٣٩] خرج المسقط مثل القاعدة فالمثلّث قائم الزّاوية ، وهي التي يحيط بها القاعدة والضلع الأقصر[٤٠] من الضلعين (و) متى[٣٩] خرج المسقط أعظم من القاعدة فالمثلّث منفرج الزّاوية وهي التي يحيط بها القاعدة والضلع الأقصر من الضّلعين ، (**ومتى**) كان الضّلعان متساويين فالمسقط نصف القاعدة لأن الفضل الذي بين المربّعين يكون لا شيء فقسمته على[٣٥] القاعدة يخرج منها[٤١] لا شيء وزيادة لا شيء على[٣٥] القاعدة أو نقصانه منها لا يغيّر فيها شيئاً فتكون القاعدة هي ضلع كلّ واحد من المسقطين ، (**ومتى**) نقصّت مربّع أكبر المسقطين من مربّع أكبر الضلعين أو نقصت[٤٢] مربّع أصغر المسقطين من مربّع أصغر الضّلعين[٤٣] وأخذت[٤٤] جذر الباقي كان العمود .

(**ولاستخراج المسقطين وجه أعمّ من الذي قبله**) وهو أن تأخذ مربّع الضلع الأطول فان كان مثل مربّع الضّلعين الباقيين فالمثلث قائم[٤٥] الزّاوية التي يؤثّرها[٤٦] الضلع الأطول وكلّ واحد من الضّلعين الباقيين عمود على الآخر (و) إن كان أعظم من مربّع الضّلعين فالمثلث منفرج الزّاوية التي يؤثّرها الضّلع الأطول فتأخذ نصف فضله[٤٧] على مربّع الضّلعين وتقسمه على القاعدة يخرج المسقط الأكبر .

---

(٣٩) خ : متى .
(٤٠) خ : والأقصر .
(٤١) خ : منه .
(٤٢) خ : نقص .
(٤٣) خ : سقط « الضلعين » .
(٤٤) خ : أخذ .
(٤٥) خ : قايم .
(٤٦) خ : إلي .
(٤٧) خ : سقط فتأخذ نصف فضله .

(و) إن كان أصغر من مربّع الضّلعين فالمثلّث حادّ الزّوايا فتأخذ فضل المربعين عليه وتجعل أي الضّلعين الأقصرين شئت قاعدة[٤٨] وتقسم نصف الفضل المذكور على القاعدة يخرج المسقط الأصغر فإن نقصته من القاعدة يخرج المسقط الأكبر ، وعلّة هذا الوجه من آخر المقالة الأولىٰ من (**يح**) ومن (**يد**) من الثانية من أوقليدس[٤٩] .

(**وأما تكسير المربّع**) فبأن تضرب ضلعاً[٥٠] منه في مثله أو تأخذ نصف مربّع قطره يكون التّكسير ، وعلّته من آخر المقالة الأولىٰ[٥١] من الكتاب .

(**وأما المستطيل**) فبأن تضرب طوله وعرضه .

(**وأمّا المَعين**) فإنّه[٥٢] ينقسم بقطره الأكبر إلى مثلثين منفرجي[٥٣] الزاوية وبقطره[٥٤] الأصغر إلى مثلثين حادّي الزوايا ، ويكون نصف أحد القطرين عموداً على القطر الثاني فيجب[٥٥] أن يكون تكسيره بضرب أحد قطريه في الثاني وأخذ[٥٦] نصف الخارج ، أو يضرب أحدهما في نصف الآخر ، لأن تكسير كلّ مثلث منهما هو بضرب نصف أحد القطرين في نصف الثاني .

---

(٤٨) خ : قاعدة شيت .
(٤٩) خ : أو قياس .
(٥٠) خ : ضلع .
(٥١) خ : الأولي .
(٥٢) خ : فإنه .
(٥٣) خ : منفرج .
(٥٤) خ : بقطر .
(٥٥) خ : فيحب .
(٥٦) خ : أحد .

(و) إن شئت إذا قسمته بقطره الأكبر فانقسم[٥٧] بمثلثين[٥٨] منفرجي الزاوية أن تستخرج العمود من أحدهما الواقع على أحد الضّلعين على ما تقدّم وتضربه في أحد أضلاع المعين يكون التكسير ، لأن السطح ضعف المثلّث وعمود أحدهما مثل عمود الآخر .

(**وأما الشبيه بالمعين**) فإنه ينقسم بالنظر إلى مثلثين متساويين فتستخرج عمود أحدهما لأن ارتفاعهما واحد ويضرب في نصف قاعدتهما وهما الضّلعان المتوازيان يكون التكسير (**والثاني**) ينقسم بمثلثين أيضاً فيكسر كلّ واحد منهما على ما تقدّم ويجمع التكسيران ، (**وأما الدائرة**) فتكسيرها فيضرب نصف القطر في نصف الدّور أو كل أحدهما في ربع الثاني ، وعلّة ذلك[٥٩] بيّنة من كتاب المؤتمن فإنّه بيّن كل دائرة فإن مسطحها مساو لسطح المثلث القائم[٦٠] الزاوية الذي أحد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساوٍ لنصف قطرها والضلع الأكبر مساوٍ للخطّ المحيط بها ، وبيّن أيضاً أن محيط الدائرة يزيد على ثلاثة أضعاف القطر بأقل من سبع القطر وأكثر من عشرة أجزاء من أحد وسبعين جزءاً من القطر فلذلك[٦١] جعل الدائرة على[٦٢] ثلاثة أضعاف وسبع[٦٣] بتقريب ، فيلزم من ذلك[٦١] أن تكون[٦٤] نسبة تكسير الدائرة إلى مربّع قطرها نسبة أحد عشر من أربعة عشر .

---

(٥٧) خ : ما نقسم .
(٥٨) خ : بمثلين .
(٥٩) خ : ذالك .
(٦٠) خ : القايم .
(٦١) خ : فلذالك .
(٦٢) خ : علي .
(٦٣) خ : سبعاً .
(٦٤) خ : يكون .

(**وأما تكسير المقوّس**) فنصف[٦٥] الدائرة[٦٦] تكسيره بتكسير الدائرة تضرب نصف القطر في نصف القوس .

والتي هي أكبر من نصف الدائرة[٦٦] فتضرب نصف قطر الدائرة التي هي منها في نصف قوسها وتحفظه وتضرب فضل ما بين نصف القطر وسهمها[٦٧] في نصف وترها فما خرج تجمعه مع المحفوظ يكون التكسير .

والتي هي أصغر من نصف دائرة[٦٦] تضرب نصف قطر الدائرة[٦٦] التي هي منها في نصف قوسها وتحفظه وتضرب فضل ما بين نصف القطر وسهمها[٦٧] في نصف وترها فما خرج تنقصه من المحفوظ يبقىٰ[٦٨] التكسير ، وعلّته أنّه إذا ضرب نصف القطر في نصف القوس كان الخارج يزيد في الصغرىٰ وينقص في الكبرىٰ ، مثل تكسير المثلّث الذي قاعدته وتر القوس وزاويته على مركز الدائرة وعموده فضل ما بين نصف القطر وسهم القوس فلذلك[٦١] وجب ما ذكرناه من العمل (و) معرفة من أي دائرة[٦٩] هي تكون القطعة[٧٠] بأن تقسم مربّع نصف وترها على[٧١] سهمها وتزيد الخارج على[٧١] سهمها يكون قطر الدائرة التي هي منها .

---

(٦٥) خ : بنصف .
(٦٦) خ : الدائرة .
(٦٧) خ : سميّها .
(٦٨) خ : يبقي .
(٦٩) خ : دايرة .
(٧٠) خ : من أي دائرة هي القطعة تكون .
(٧١) خ : علي .

وعلّة ذلك[٧٢] أن السهم وبقية القطر يكون نصف الوتر وسطاً في النسبة بينهما أبداً لأنه عمود المثلث القائم[٧٣] الزاوية الذي في نصف الدائرة على ما تبين في سادسة أوقليدس .

(**وأما تكسير سطح المجسّمات بالكرة منها**) تضرب مربّع قطرها في أربعة وتنقص من الخارج سبعة فيبقىٰ[٧٤] تكسيرها لأنّه قد بيّن (أرشميدس)[٧٥] أن[٧٦] بسط كلّ كرة هو[٧٧] مساو لأربعة أضعاف أعظم دائرة[٦٩] تقع فيها وتقدّم أن نسبة بسيط الدائرة[٦٩] إلى[٧٨] مربّع قطرها نسبة أحد عشر من أربعة عشر فلذلك[٧٢] وجب ما ذكرناه من العمل .

(**وأما قطعة الكرة**) فإنك تربّع[٧٩] ضعف الخط الخارج من نقطة رأسها إلى دائرة قاعدتها وتسقط منه[٨٠] سبعة[٨١] ونصف سبعة[٨١] يبقىٰ[٧٤] تكسير للدائرة[٨٢] التي نصف قطرها مساوٍللخطّ الخارج من نقطة رأس القطعة إلى الخطّ المحيط بدائرة قاعدتها .

---

(٧٢) خ : ذالك .
(٧٣) خ : القايم .
(٧٤) خ : فيبقىٰ .
(٧٥) خ : أن شميدس .
(٧٦) خ : أي .
(٧٧) خ : فهو .
(٧٨) خ : إلي .
(٧٩) خ : غير واضح .
(٨٠) خ : منها .
(٨١) خ : سبعة .
(٨٢) خ : وللدايرة .

(**وأما سائر المجسّمات**) فتكسّر كلّ سطح من سطوحها على[٨٣] حدّته ثم تجمع الجميع ، (**وأمّا**) تكسير أجرام المجسّمات فالكرة منها ونصف الكرة ، تضرب بسيطها في ثلث نصف قطرها يكون تكسير جرمها ، (**وأمّا**) القعطة الكبرىٰ[٨٤] من الكرة فتضرب ثلث نصف قطر[٨٥] الكرة التي هي منها في بسيط القطعة وتحفظه ثم تسقط نصف قطر الكرة من سهم القطعة وتضرب ثلث الباقي في بسيط قاعدة القطعة وتجمعه مع المحفوظ يكون التّكسير ، (**وأمّا**) القطعة الصغرىٰ من الكرة فتضرب ثلث نصف قطر الكرة التي هي منها في بسيط القطعة وتحفظه ثمّ تسقط سهمها من نصف قطر الكرة وتضرب ثلث الباقي في بسيط قاعدة القطعة وتطرح الخارج من المحفوظ يبقىٰ[٨٦] التكسير ، وعلّة ذلك[٨٧] تتبيّن من علّة تكسير المخروطات لأن كل كرة تنقسم[٨٨] بمخروطات مجتمعة الرؤوس على مركز الكرة ، وتبيّن في الأصول أن كل مجسم فمخروطه[٨٩] مثل ثلثه ومن علّة المقوّسات التي ذكرت قبل ، (**وأما**) الجسم المتساوي[٩٠] الغلظ فتضرب سهمه في بسيط قاعدته يكون تكسيره ، (**وأما**) المجسّم المخروط فتضرب ثلث سهمه في بسيط قاعدته يكون تكسيره وقد ذكرنا علّته (**وهذه**) النّبذ جاءت[٩١] على[٨٣] عرض ما ينبغي[٩٢] ومن أحاط علماً

---

(٨٣) خ : علي .

(٨٤) خ : الكبرىٰ ..

(٨٥) خ : سقط قطر .

(٨٦) خ : يبقي .

(٨٧) خ : ذالك .

(٨٨) خ : فهي تنقسم .

(٨٩) خ : بمخروطه .

(٩٠) خ : المساوي .

(٩١) خ : جاءت .

(٩٢) خ : مالا على ما ينبغي .

بصناعة الهندسة يقدر على تكسير أي الأشكال فرض له وعلى[٨٣] استخراج ما يمكن استخراجه من مجهولاتها .

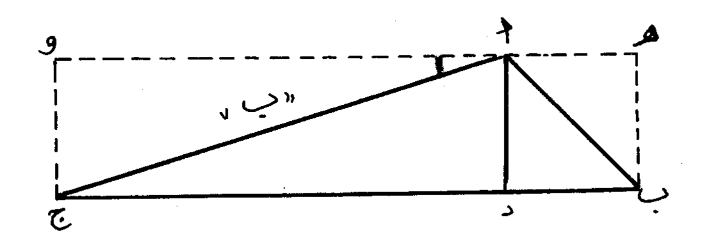
(**نجزت**) الأشكال المساحيّة لابن البنّاء رحمه الله تعالى وصلّى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه وسلّم تسليما .

بعض التعاليق على هذا المخطوط

[١] [**المقدّمة**] : تمتاز المقدمة بالتقسيم والتفريع بالاستناد إلى المنطق والتجربة ،وباستقراء الحالات الممكنة واستعراض الصور المختلفة التي يمكن أن تتصوّر بها الأشكال المساحية عامتها على أن ابن البنّاء يشعر بما في هذه الطريقة من التطويل فيلتجىء في آخر الأمر إلى الاختصار ذاكراً أن ما وراء ما وصل إليه من التبويب يرجع إليه التقطيع .

ومن الملاحظ في عامّة الأبواب أن ابن البنّاء يعتمد في كلّ الأشكال على وحدات الطول والمساحة ولا يعير اهتماماً للزوايا وقد تكون معطياته الأضلاع أو العمود أو المساحة ، فيحلّل المشاكل تحليلاً حسابياً بالرجوع إلى قواعد التراتيب أو التباديل والتوافيق ، فيقول مثلاً : « أمّا المثلث ففيه خمسة أشياء أضلاعه الثلاثة وعموه وتكسيره الذي هو بسطه ، ففيه ثلاثون مطلباً لأنه لا يخلو أن يكون المعلوم منه واحداً منها أو اثنين أو ثلاثة أو أربعة والمطلوب ما جهل منها » . فهو إذن يعتمد على العدّ للحصول على معلومات احصائية للمطالب وهو في ذلك متأثر بتكوينه في مادّتي الحساب والجبر .

[٢] **تكسير المثلث** : الوجه الأول : يعتمد الشكل الآتي :



مساحة المثلث : أب ج = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ مساحة ب ج و هـ

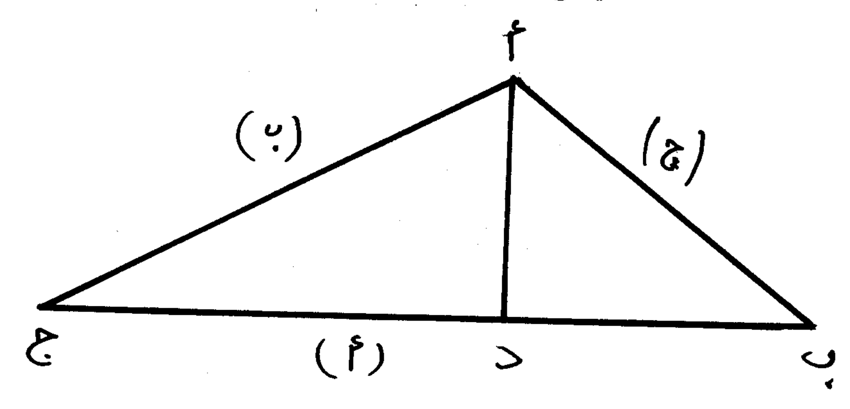
= $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ب ج × ا د

الوجه الثاني : إذا كانت أضلاع المثلّث تساوي ا ، ب و ج ونصف محيطه يساوي ح فتكسيره يساوي :

$\sqrt{\text{ح}\,(\text{ح} - \text{ا})\,(\text{ح} - \text{ب})\,(\text{ح} - \text{ج})}$

[٣] العمل في استخراج العمود الواقع على أي ضلع أردت

يعتمد الشكل الآتي مع العمليات الحسابية الموالية تطبيقاً لنظرية فيثاغور .



ا) $\text{ا}^{\text{٢}} + \frac{\text{ب}^{\text{٢}}\,\text{ج}^{\text{٢}}}{\bar{\text{ا}}} = \text{٢}\,\overline{\text{جد}}$ ؟

أي $\bar{\text{ا}}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}} - \text{ج}^{\text{٢}} = \text{٢}\bar{\text{ا}} \times \overline{\text{جد}}$ ؟

<=> $(\overline{\text{بد}} + \overline{\text{جد}})^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}} - \text{ج}^{\text{٢}} = \text{٢}\,\bar{\text{ا}} \times \overline{\text{جد}}$ ؟

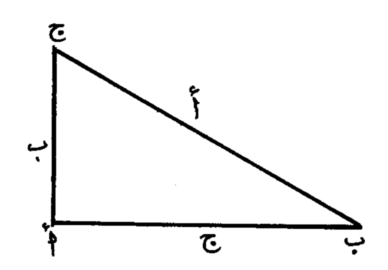
<=> $\overline{\text{بد}}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}} - \text{ج}^{\text{٢}} = \overline{\text{جد}}^{\text{٢}}$ ؟

<=> $\text{ب}^{\text{٢}} - \text{ج}^{\text{٢}} = \overline{\text{جد}}^{\text{٢}} - \overline{\text{بد}}^{\text{٢}}$ ؟

<=> $\text{ب}^{\text{٢}} - \text{جد}^{\text{٢}} = \text{ج}^{\text{٢}} - \overline{\text{بد}}^{\text{٢}}$ ؟

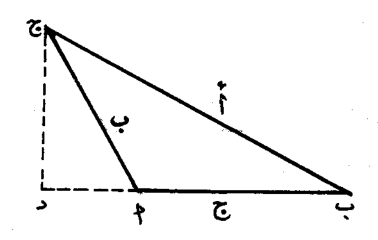
<=> $\text{اد}^{\text{٢}} = \overline{\text{اد}}^{\text{٢}}$

ب) $ب^٢ - جد^٢ = ج^٢ - بد^٢ = آد^٢$



ج) إذاً $ا^٢ = ب^٢ + ج^٢$ زاوية أ قائمة

$ا^٢ > ب^٢ + ج^٢$ زاوية منفرجة



د) تكسير المربّع المنتظم : مربع الضّلع = $\frac{١}{٢}$ مربّع قطره

[٤] **تكسير المعين** = $\frac{١}{٢}$ سطح القطرين أي نصف جذائهما(★)

= القطر الأطول × $\frac{١}{٢}$ القطر الأقصر

= $\frac{١}{٢}$ القطر الأطول × القطر الأقصر

(★) يستعمل ابن البناء مصطلح السطح والمسطّح لجملة ما يتجمع من ضرب عددين وهو ما يعبّر عنه الخليل بن أحمد بالجذاء .

[٥] **تكسير الدائرة** = $\frac{١}{٢}$ القطر × $\frac{١}{٢}$ الدّور

= القطر × $\frac{١}{٤}$ الدّور

= الدّور × $\frac{١}{٤}$ القطر

= سطح مثلث قائم الزاوية أحد ضلعيه مساوٍ لنصف القطر والآخر مساوٍ للخط المحيط .

$\frac{٢٢}{٧}$ قطر > محيط الدائرة > ٣ أضعاف القطر + $\frac{١٠}{٧١}$ القطر

$\frac{٢٢}{٧}$ ق > المحيط > $\frac{٢٢٣}{٧١}$ من القطر

تكسير الدائرة = $\frac{١١}{١٤}$ ق^{٢} أي $\frac{٢٢}{٧}$ × $\frac{ق^{٢}}{٤}$ = $\frac{ق}{٤}$ × المحيط

أ) نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ القطر × $\frac{١}{٢}$ القوس

ب) قوس أصغر من نصف الدائرة إذل كان طول قوسه ح ووتره وسهمه س :

التكسير = ($\frac{١}{٢}$ قطر × $\frac{١}{٢}$ ح) - ($\frac{١}{٢}$ قطر - س) × $\frac{١}{٢}$ و

ج) قوس أكبر من نصف الدائرة

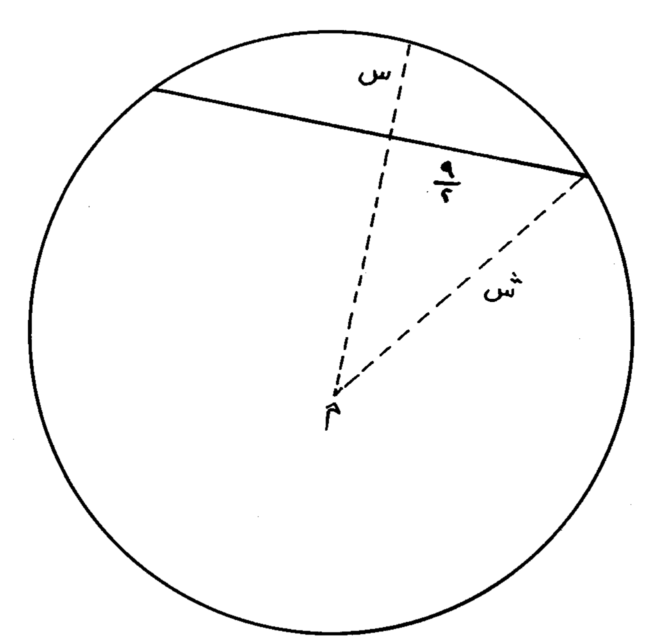
التكسير ($\frac{١}{٢}$ قطر × $\frac{١}{٢}$ ح) + ($\frac{١}{٢}$ قطر - س) × $\frac{١}{٢}$ و

ملاحظة : تجمع النتيجتان للحصول على تكسير الدائرة .

[٦] ش^{٢} = $\frac{و^{٢}}{٤}$ + (ش - س)^{٢}

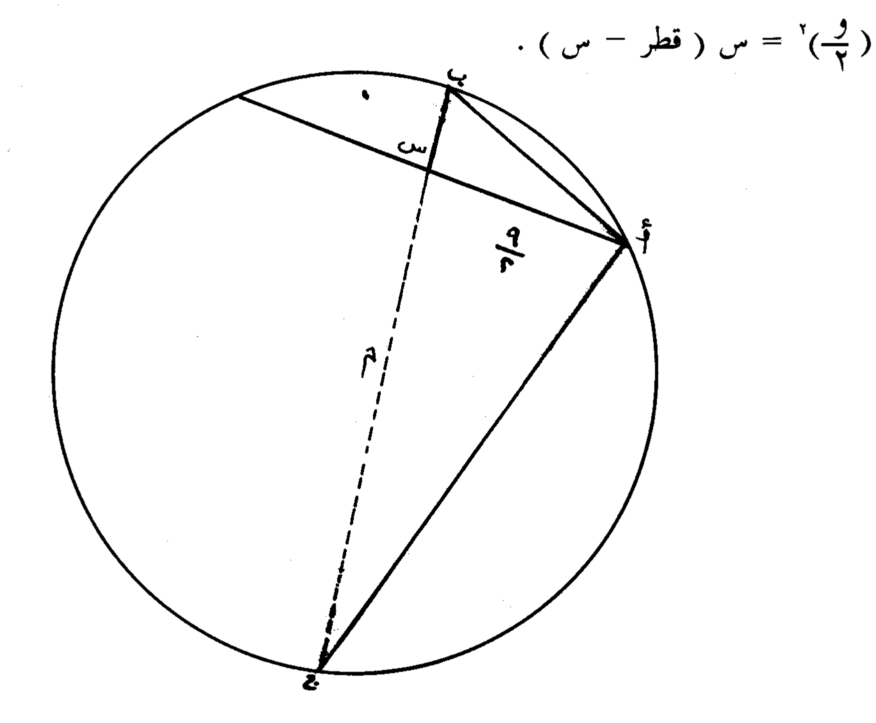
ش = $\frac{س}{٢}$ + $\frac{و^{٢}}{٨س}$

القطر = س + $\frac{و^{٢}}{٤س}$



وجه ثان للحلّ في المثلث آب ج قائم زاوية آ

$\left(\frac{و}{٢}\right)^{٢} = س\ (قطر - س)$.



[٧] تكسير الكرة حسب أرشميدس

بسط الكرة = ٤ أضعاف أعظم دائرة فيها

التكسير = ٤ π ش^{٢}

[٨] **قطعة الكرة** تكسيرها = (٢أب)^{٢} × $\frac{١١}{١٤}$

= $\frac{\pi}{٤}$ × (٢اب)^{٢}

= π أ$\overline{ب}^{٢}$

بسيط قطعة الكرة = π أب^{٢}

القاعدة المتداولة اليوم البسيط = محيط دائرة عظمى^{١} × ارتفاع القطعة

= ٢ π ش × ر

وفي المثلث $\frac{\text{اب}\overline{\text{ج}}}{\text{اب}}$^{٢} = ٢ ش × ر

[٩] جرم الكرة = بسيطها × $\frac{١}{٣}$ نصف القطر

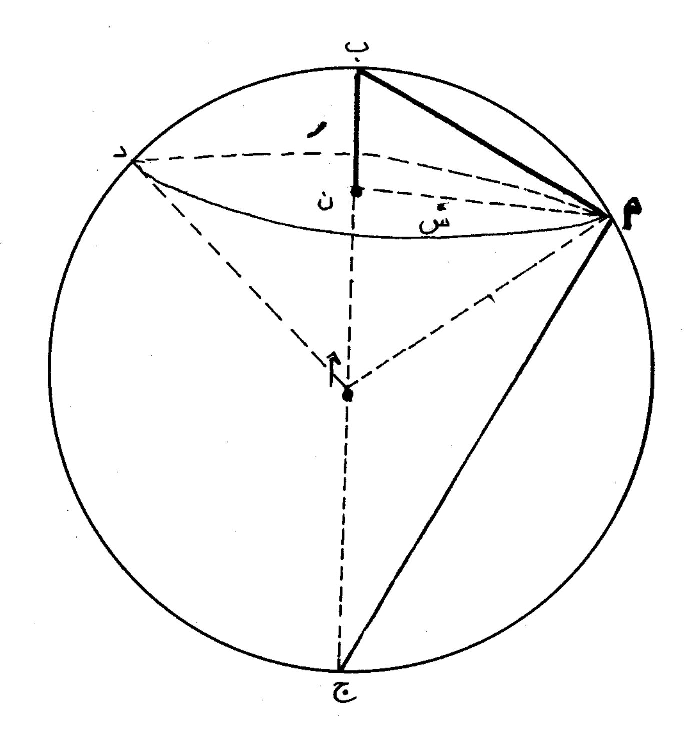
= ٤ π ش^{٢} × $\frac{١}{٣}$ ش

= $\frac{٤}{٣}$ π ش^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ π ($\frac{ق}{٢}$)^{٣}

= $\frac{١}{٦}$ π ق^{٣}

م ن = ش − ر



[١٠] **جرم قطعة الكرة** $\frac{١}{٣}$ ش × بسيط القطعة – مخروط مآد

$\frac{٢}{٣}$ π ش^{٢} ر − $\frac{١}{٣}$ π ش$_{١}^{٢}$ × من

ش$_{١}^{٢}$ = ر (٢ش − ر)

= $\frac{٢}{٣}$ π ش^{٢} ر − $\frac{١}{٣}$ π ر (٢ش − ر) (ش − ر)

= $\frac{\pi ر^{٢}}{٣}$ (٣ ش − ر) .

*****